Уважаемые студенты! Ваша задача написать лекцию и решить задания.

**Лекция №6.**

Тема: «Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными».

**Определение:**Уравнение, связывающее переменную х, неизвестную функцию y(x) и её производные называется дифференциальным уравнением. В общем виде дифференциальное уравнение выглядит так:

F(x;y(x);http://www.studfiles.ru/html/2706/832/html_qwW0nlom43.J84L/htmlconvd-F5NZ2f_html_m4f62f8c0.gif;http://www.studfiles.ru/html/2706/832/html_qwW0nlom43.J84L/htmlconvd-F5NZ2f_html_mff71f85.gif;...;y(n))=0

**Определение:**Порядком дифференциального уравнения называется порядок входящей в него старшей производной.

http://www.studfiles.ru/html/2706/832/html_qwW0nlom43.J84L/htmlconvd-F5NZ2f_html_m109571.gif–дифференциальное уравнение 1 порядка

http://www.studfiles.ru/html/2706/832/html_qwW0nlom43.J84L/htmlconvd-F5NZ2f_html_m4ba3e98b.gif–дифференциальное уравнение 3 порядка

**Определение:**Решением дифференциального уравнения является функция, которая при подстановке в уравнение обращает его в тождество.

**Дифференциальные уравнения 1 порядка**

**Определение:** Уравнение вида =f(x;y) или F(x;y;)=0 называется дифференциальным уравнением 1 порядка.

**Определение:**Общим решением дифференциального уравнения 1 порядка называется функция y=γ(x;c), где (с –const), которая при подстановке в уравнение обращает его в тождество. Геометрически на плоскости общим решением соответствует семейство интегральных кривых, зависящих от параметра с.

y(x0)=y0

**Определение:**Интегральная кривая, проходящая через точку плоскости с координатами (х0;y0) соответствует частному решению дифференциального уравнения, удовлетворяющего начальному условию:

Примеры:

http://www.studfiles.ru/html/2706/832/html_qwW0nlom43.J84L/htmlconvd-F5NZ2f_html_m54766749.gif

**Теорема о существовании единственности решения дифференциального уравнения 1 порядка**

Дано дифференциальное уравнение 1 порядка http://www.studfiles.ru/html/2706/832/html_qwW0nlom43.J84L/htmlconvd-F5NZ2f_html_m372abc3b.gifи функция f(x;y) непрерывна вместе с частными производными в некоторой области D плоскости XOY, тогда через точку М0(х0;y0)http://www.studfiles.ru/html/2706/832/html_qwW0nlom43.J84L/htmlconvd-F5NZ2f_html_m79f24a27.gifD проходит единственная кривая соответствующая частному решению дифференциального уравнения соответствующему начальному условию y(x0)=y0

Через точку плоскости с данными координатами проходит 1 интегральная кривая.

Если не удаётся получить общее решение дифференциального уравнения 1 порядка в явном виде, т.е http://www.studfiles.ru/html/2706/832/html_qwW0nlom43.J84L/htmlconvd-F5NZ2f_html_m7727299e.gif, то его можно получить в неявном виде:

F(x; y; c) =0 – неявный вид

Общее решение в таком виде называется общим интегралом дифференциального уравнения.

По отношению к дифференциальному уравнению 1 порядка ставится 2 задачи:

1)Найти общее решение (общий интеграл)

2)Найти частное решение (частный интеграл) удовлетворяющее заданному начальному условию. Эту задачу называют задачей Коши для дифференциального уравнения.

**Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными**

Уравнения вида: http://www.studfiles.ru/html/2706/832/html_qwW0nlom43.J84L/htmlconvd-F5NZ2f_html_m300593db.gif называется дифференциальным уравнением с разделяющимися переменными.

Подставим http://www.studfiles.ru/html/2706/832/html_qwW0nlom43.J84L/htmlconvd-F5NZ2f_html_m6767fe80.gif

http://www.studfiles.ru/html/2706/832/html_qwW0nlom43.J84L/htmlconvd-F5NZ2f_html_5078b422.gif

умножим на dx

http://www.studfiles.ru/html/2706/832/html_qwW0nlom43.J84L/htmlconvd-F5NZ2f_html_m297ce3ec.gif

разделим переменные

разделим на http://www.studfiles.ru/html/2706/832/html_qwW0nlom43.J84L/htmlconvd-F5NZ2f_html_11404561.gif

Замечание: обязательно нужно рассматривать частный случай, когда http://www.studfiles.ru/html/2706/832/html_qwW0nlom43.J84L/htmlconvd-F5NZ2f_html_2948b053.gif

http://www.studfiles.ru/html/2706/832/html_qwW0nlom43.J84L/htmlconvd-F5NZ2f_html_m364bbda6.gif

переменные разделены

проинтегрируем обе части уравнения

http://www.studfiles.ru/html/2706/832/html_qwW0nlom43.J84L/htmlconvd-F5NZ2f_html_363031b3.gif- общее решение

Дифференциальное уравнение с разделяющимися переменными можно записать в виде:

http://www.studfiles.ru/html/2706/832/html_qwW0nlom43.J84L/htmlconvd-F5NZ2f_html_m109c75b9.gif

http://www.studfiles.ru/html/2706/832/html_qwW0nlom43.J84L/htmlconvd-F5NZ2f_html_24124250.gif

http://www.studfiles.ru/html/2706/832/html_qwW0nlom43.J84L/htmlconvd-F5NZ2f_html_m541ddd99.gif

Отдельный случай http://www.studfiles.ru/html/2706/832/html_qwW0nlom43.J84L/htmlconvd-F5NZ2f_html_25f474ee.gif!

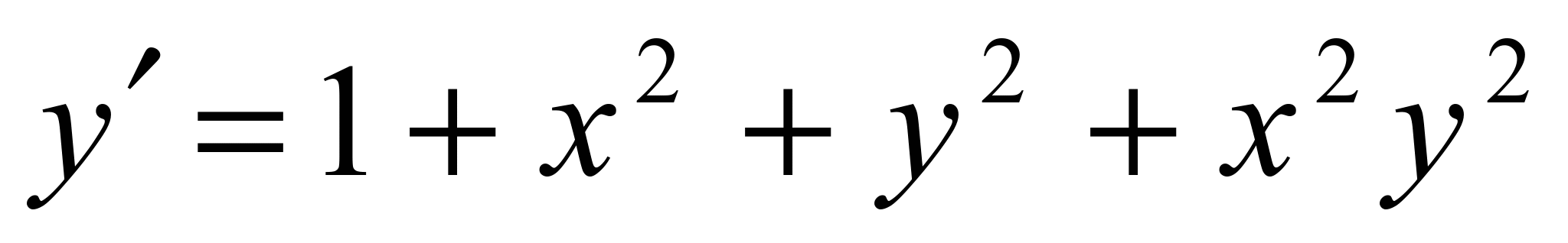
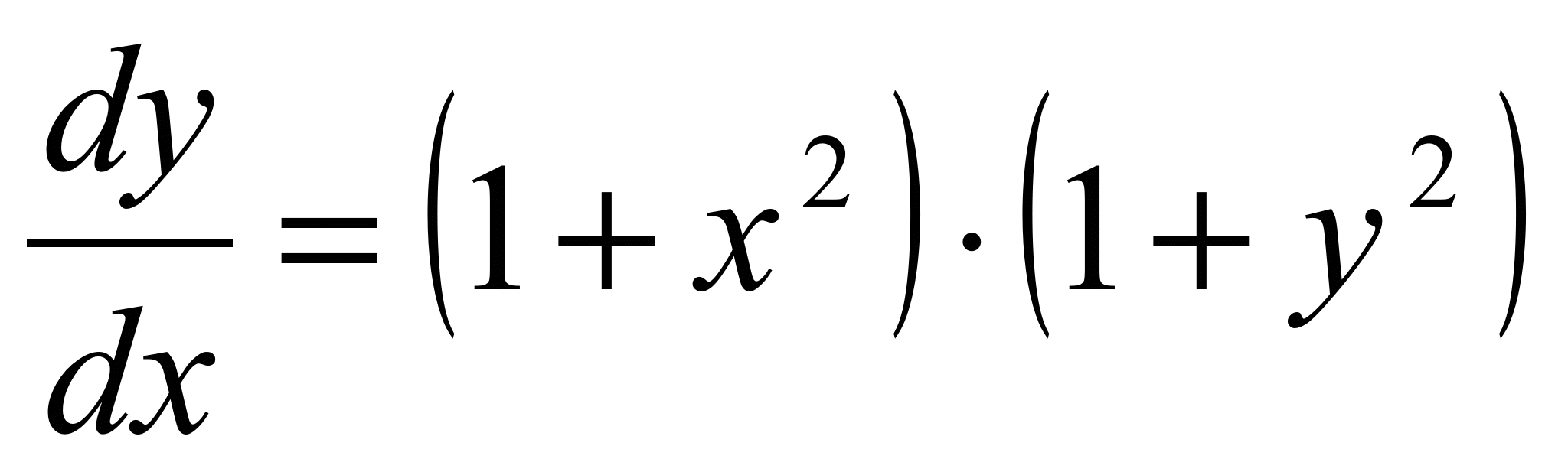
Проинтегрируем обе части уравнения:

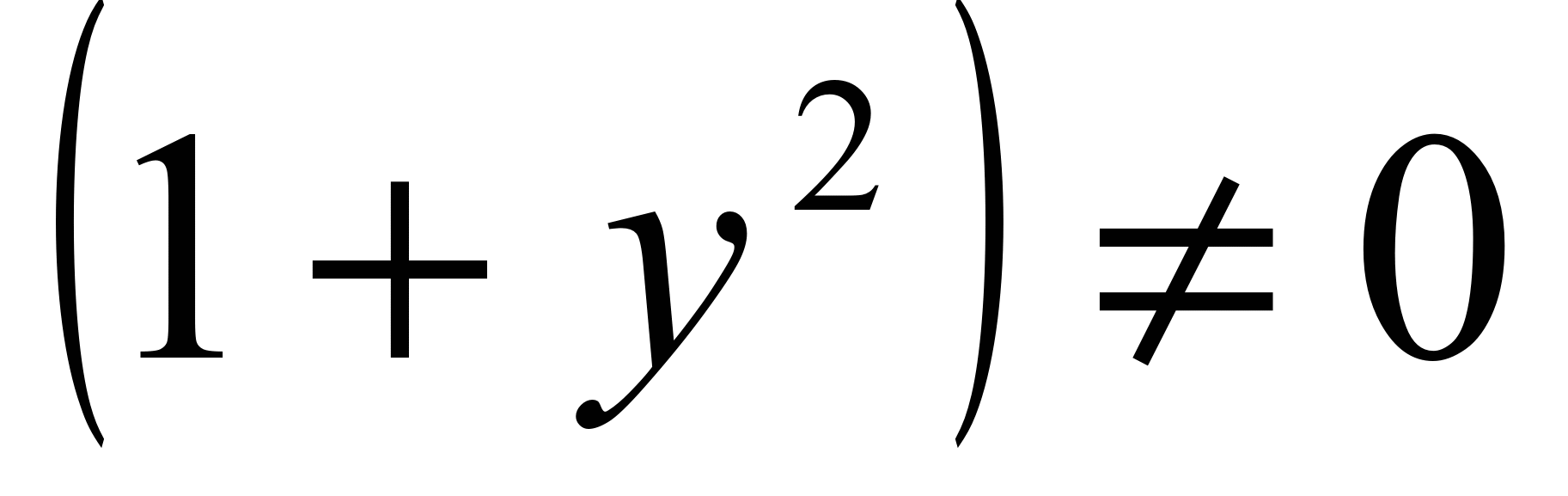
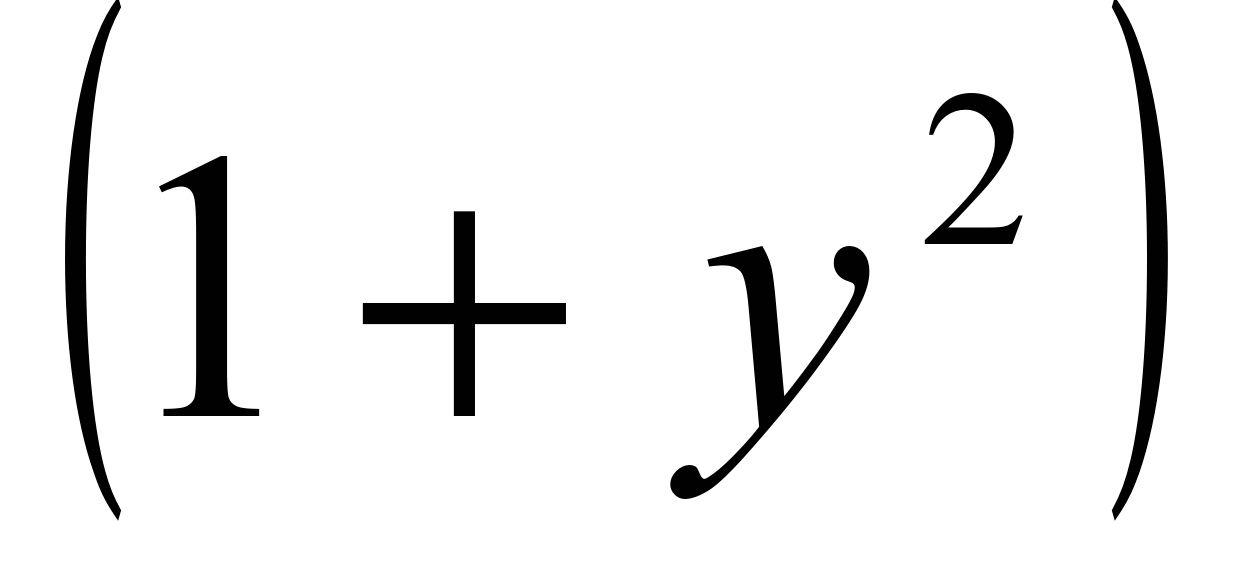
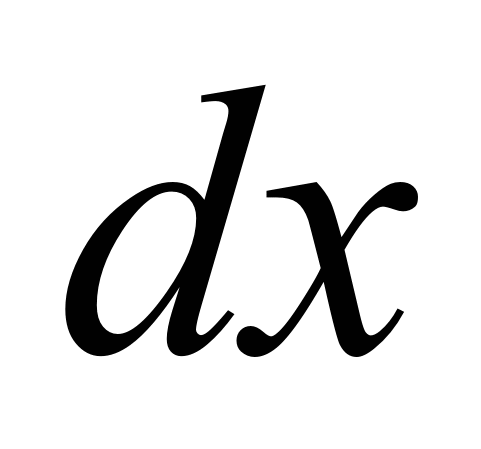
http://www.studfiles.ru/html/2706/832/html_qwW0nlom43.J84L/htmlconvd-F5NZ2f_html_51fb21c.gif

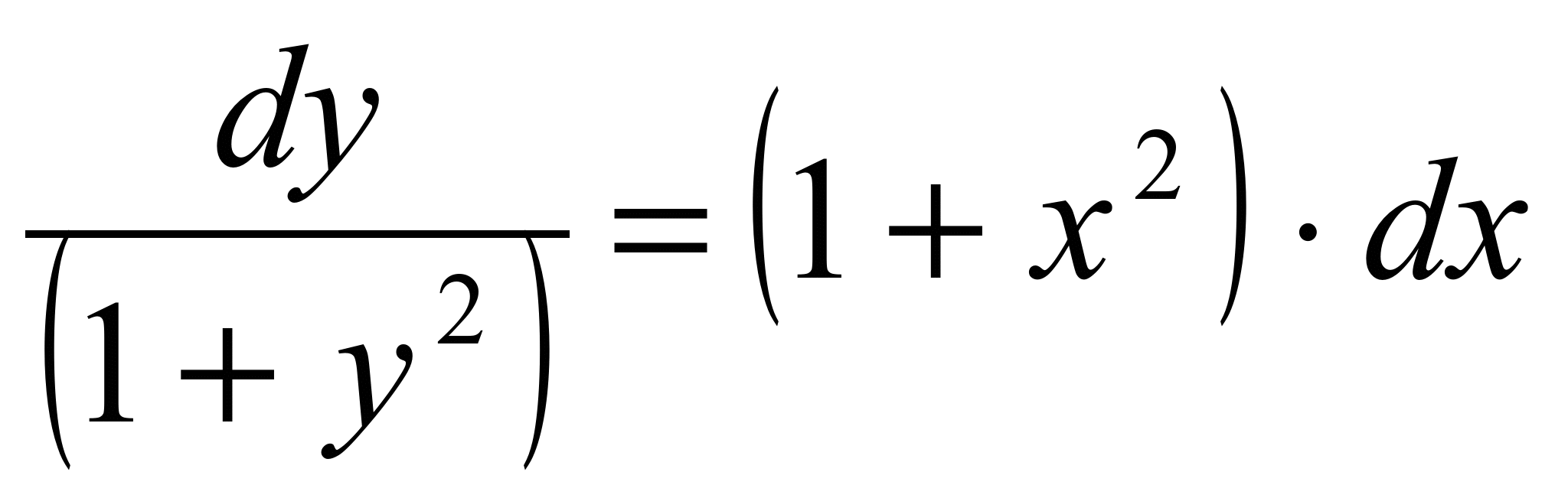
Примеры:

1)http://www.studfiles.ru/html/2706/832/html_qwW0nlom43.J84L/htmlconvd-F5NZ2f_html_1f0ec0fb.gif

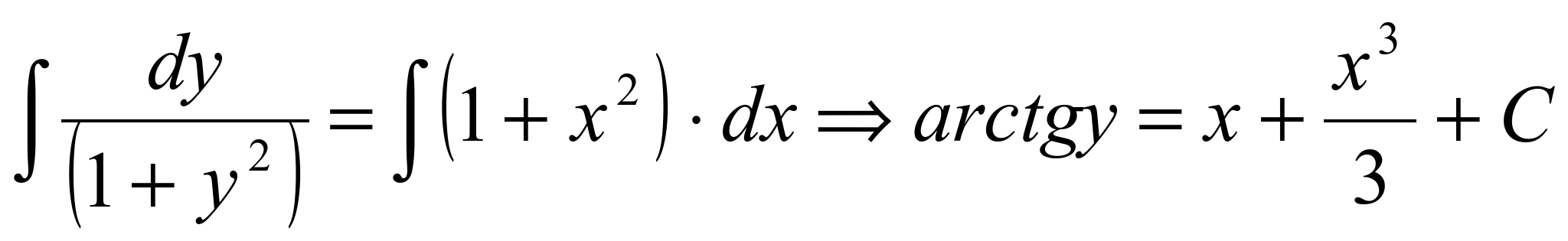
2)http://www.studfiles.ru/html/2706/832/html_qwW0nlom43.J84L/htmlconvd-F5NZ2f_html_m747d54f2.gif начальное условие: http://www.studfiles.ru/html/2706/832/html_qwW0nlom43.J84L/htmlconvd-F5NZ2f_html_2aff99a6.gif

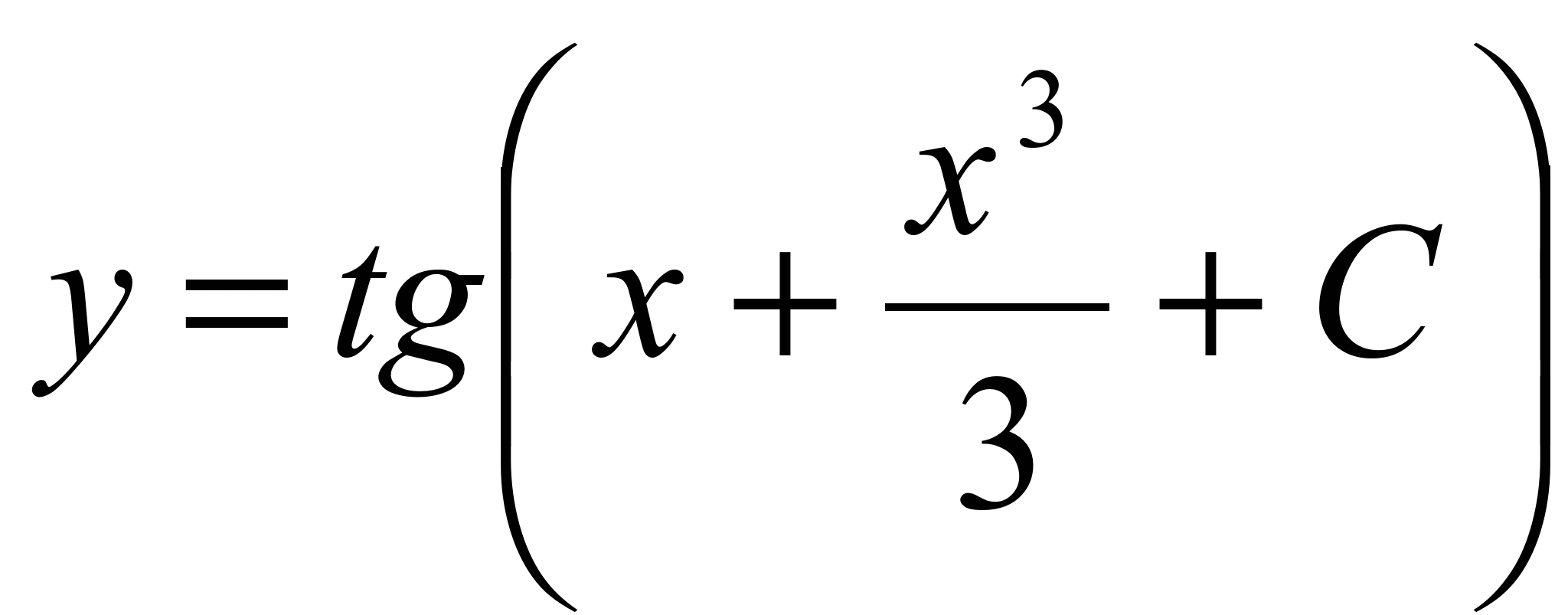
***Пример***. Найти общее решение дифференциального уравнения   
  
.   
*Решение*. Правая часть данного уравнения разлагается на множители   
  
.

Поскольку , обе части последнего уравнения разделим на  и умножим на :

.

интегрируя, получим

.

Ответ: .

Решить самостоятельно:

Решить уравнение:

1.х2у2у+1=у

2. http://www.mathprofi.ru/g/differencialnye_uravnenija_primery_reshenii_clip_image038_0003.gif

УСПЕХА!